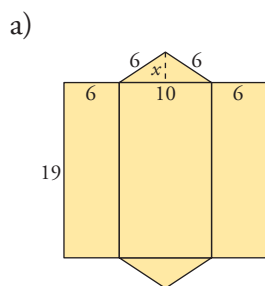
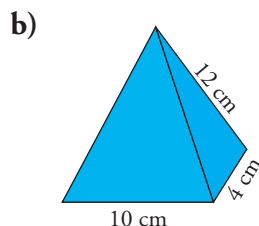
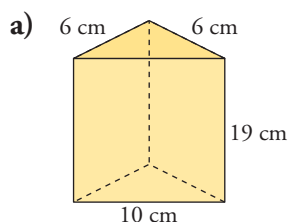


Practica

Desarrollos y áreas

1 ▽ ▽ ▽ Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:



Hallamos la altura de la base:

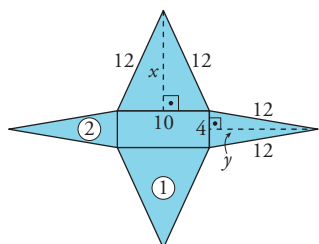
$$6^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 36 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 36 - 25 = 11 \rightarrow x = \sqrt{11} \approx 3,3 \text{ cm}$$

$$\text{Área base} = \frac{10 \cdot 3,3}{2} = 16,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral} = (\text{Perímetro base}) \cdot \text{altura} = 22 \cdot 19 = 418 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 418 + 2 \cdot 16,5 = 451 \text{ cm}^2$$

b) Hallamos x e y (alturas de las caras laterales):



$$12^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 144 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 119 \rightarrow x \approx 10,9 \text{ cm}$$

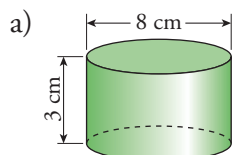
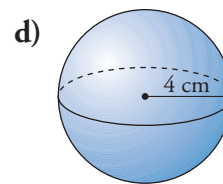
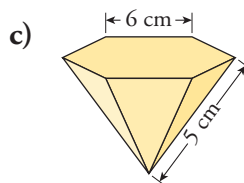
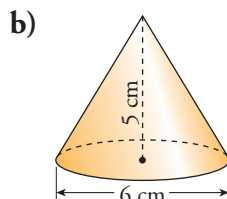
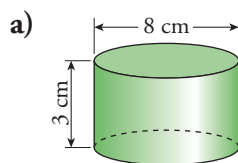
$$12^2 = y^2 + 2^2 \rightarrow y^2 = 140 \rightarrow y \approx 11,8 \text{ cm}$$

Área de las caras laterales:

$$A_{\textcircled{1}} = \frac{10 \cdot 10,9}{2} = 54,5 \text{ cm}^2; \quad A_{\textcircled{2}} = \frac{4 \cdot 11,8}{2} = 23,6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$$

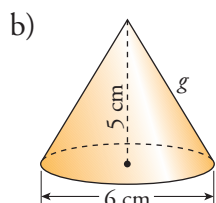
$$\text{Área total} = 40 + 2 \cdot 54,5 + 2 \cdot 23,6 = 196,2 \text{ cm}^2$$

2 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula la superficie total de cada cuerpo:

$$\text{Área base} = \pi \cdot 4^2 \approx 50,27 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral} = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 \approx 75,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 2 \cdot 50,27 + 75,4 = 175,94 \text{ cm}^2$$



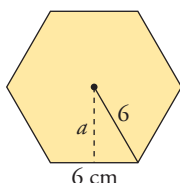
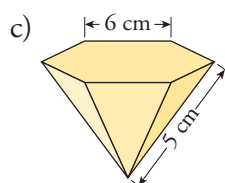
$$\text{Área base} = \pi \cdot 3^2 \approx 28,27 \text{ cm}^2$$

Hallamos la generatriz:

$$g^2 = 5^2 + 3^2 \rightarrow g \approx 5,83 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral} = \pi \cdot 3 \cdot 5,83 \approx 54,95 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 28,27 + 54,95 = 83,22 \text{ cm}^2$$



Apotema del hexágono:

$$a^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5,2 \text{ cm}$$

Área del hexágono:

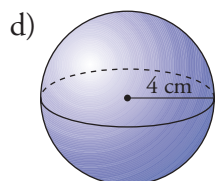
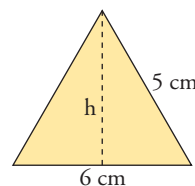
$$\frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$$

Altura del triángulo:

$$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \rightarrow h = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Área de un triángulo} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 93,6 + 6 \cdot 12 = 165,6 \text{ cm}^2$$



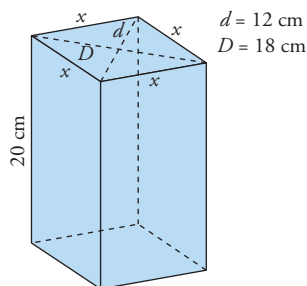
$$\text{Área de la superficie esférica} = 4\pi \cdot 4^2 = 201,1 \text{ cm}^2$$

3 $\nabla\nabla\nabla$ Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:

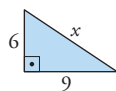
a) Prisma de altura 20 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.

b) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 18 cm y arista básica 6 cm.

a)



Hallamos el lado del rombo:



$$x^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

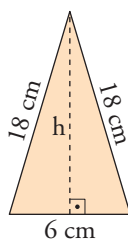
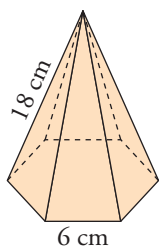
$$x = \sqrt{117} \approx 10,82 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral} = 4(20 \cdot 10,82) = 865,6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área base} = \frac{18 \cdot 12}{2} = 108 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 865,6 + 108 \cdot 2 = 1\,081,6 \text{ cm}^2$$

b)



Área de una cara lateral:

$$h^2 = 18^2 - 3^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h^2 = 315 \rightarrow h = \sqrt{315} \approx 17,75 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 17,75}{2} = 53,25 \text{ cm}^2$$

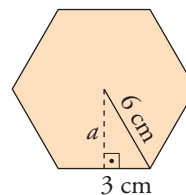
$$\text{Área lateral} = 6 \cdot 53,25 = 319,5 \text{ cm}^2$$

Área de la base:

$$a^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow a^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5,2 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$$

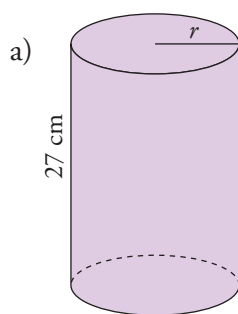
$$\text{Área total} = 319,5 + 93,6 = 413,1 \text{ cm}^2$$



4 ▽ ▽ ▽ Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:

a) Cilindro de altura 27 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.

b) Tronco de cono generado al girar, alrededor de su altura, un trapecio rectángulo de bases 10 cm y 12 cm y altura 5 cm.

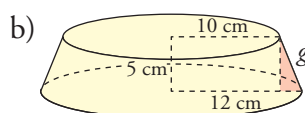


$$\text{Radio de la base: } 2\pi r = 44 \rightarrow r = \frac{44}{2\pi} = \frac{22}{\pi}$$

$$\text{Área base} = r^2 = \pi \cdot \left(\frac{22}{\pi}\right)^2 = 154,1 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral} = (2\pi r) \cdot h = 2\pi \cdot \frac{22}{\pi} \cdot 27 = 1\,188 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 2 \cdot 154,1 + 1\,188 = 1\,496,2 \text{ cm}^2$$



$$\text{Área base menor} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$$

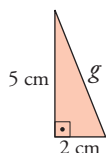
$$\text{Área base mayor} = \pi \cdot 12^2 = 144\pi \approx 452,16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral} = \pi(r + r') \cdot g$$

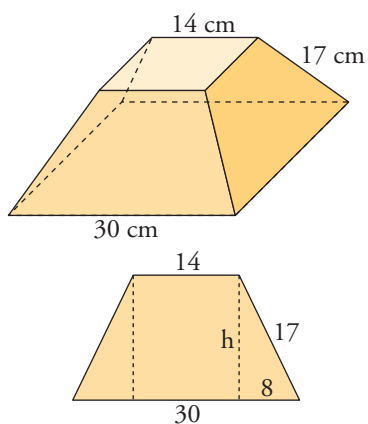
$$g^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29 \rightarrow g = \sqrt{29} \approx 5,39 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral} = \pi(10 + 12) \cdot 5,39 \approx 372,34 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 372,34 + 314 + 452,16 = 1\,138,50 \text{ cm}^2$$

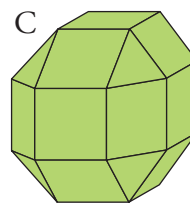
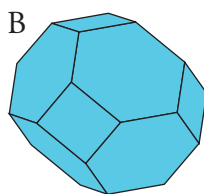
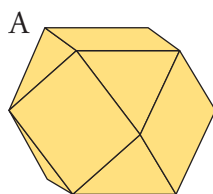


- 5 $\nabla\nabla\nabla$ Halla el área total de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas bases tienen de lado 30 cm y 14 cm y cuya arista lateral mide 17 cm.

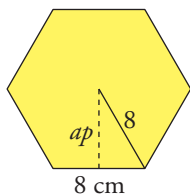


- Área base menor = $14^2 = 196 \text{ cm}^2$
- Área base mayor = $30^2 = 900 \text{ cm}^2$
- Área lateral:
 $30 - 14 = 16 \quad 16 : 2 = 8$
 $h^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \rightarrow h = 15 \text{ cm}$
 $\text{Área trapecio} = \frac{(14 + 30) \cdot 15}{2} = 330 \text{ cm}^2$
 $\text{Área lateral} = 4 \cdot 330 = 1\,320 \text{ cm}^2$
- Área total = $196 + 900 + 1\,320 = 2\,416 \text{ cm}^2$

- 6 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el área total de los siguientes poliedros semirregulares de arista 8 cm:



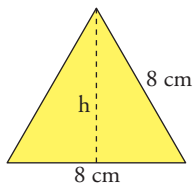
- Área de un hexágono regular de 8 cm de lado:



$$ap^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow ap = \sqrt{48} \approx 6,93 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} = 166,32 \text{ cm}^2$$

- Área de un triángulo equilátero de 8 cm de lado:

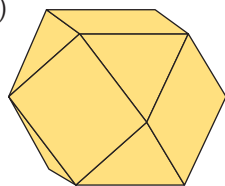


$$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow h = \sqrt{48} \approx 6,93 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 6,93}{2} = 27,72 \text{ cm}^2$$

ÁREAS DE LOS POLIEDROS

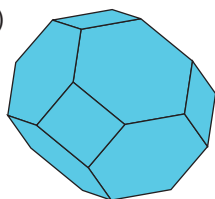
A)



Seis cuadrados y ocho triángulos.

$$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27,72 = 605,76 \text{ cm}^2$$

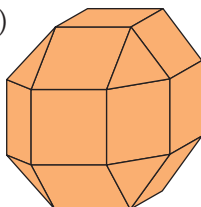
B)



Seis cuadrados y ocho hexágonos.

$$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 166,32 = 1\,714,56 \text{ cm}^2$$

C)

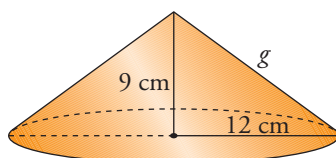


Tiene 18 cuadrados y 8 triángulos.

$$A = 18 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27,72 = 1\,373,76 \text{ cm}^2$$

7 $\nabla\nabla\nabla$ Haciendo girar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 9 cm y 12 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos. Dibújalos y halla el área total de cada uno de ellos.

a)



- Área base = $\pi \cdot 12^2 = 144\pi \text{ cm}^2$

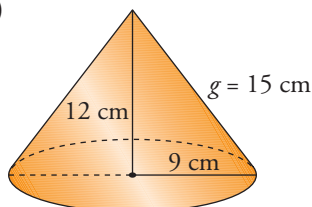
• Área lateral:

$$g^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \rightarrow g = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 12 \cdot 15 = 180\pi \text{ cm}^2$$

- Área total = $144 \cdot \pi + 180\pi = 324\pi \approx 1\,017,88 \text{ cm}^2$

b)



- Área base = $\pi \cdot 9^2 = 81\pi \text{ cm}^2$

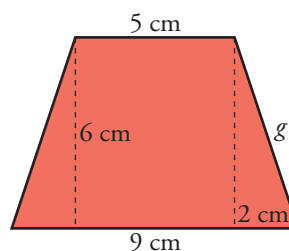
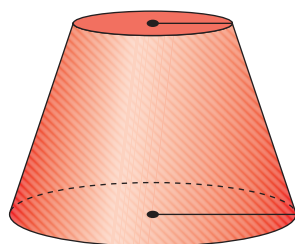
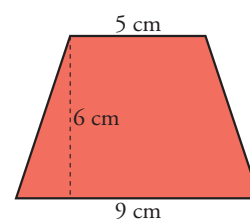
- Área lateral = $\pi \cdot 9 \cdot 15 = 135\pi \text{ cm}^2$

- Área total = $81\pi + 135\pi = 216\pi \approx 678,58 \text{ cm}^2$

8 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el área total del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles alrededor de una recta perpendicular a sus bases en su punto medio:

Calculamos la generatriz:

$$g^2 = 6^2 + 2^2 \rightarrow g = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ cm}$$



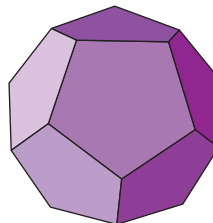
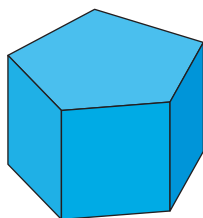
- Área lateral = $\pi(r + r')g = \pi(4,5 + 2,5) \cdot 6,32 = 138,98 \text{ cm}^2$

- Área de las bases = $\pi \cdot 4,5^2 + \pi \cdot 2,5^2 = 83,25 \text{ cm}^2$

- Área total = $138,98 + 83,25 = 222,23 \text{ cm}^2$

9 ▽▽▽ Calcula la superficie de:

- a) Un prisma recto pentagonal regular cuyas aristas miden, todas, 10 cm.
b) Un dodecaedro regular de arista 10 cm.



a) Apotema del pentágono = 6,88 cm

$$S_{\text{BASE}} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 6,88}{2} = 172 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{LATERAL}} = 10 \cdot 10 \cdot 5 = 500 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{TOTAL}} = 172 \cdot 2 + 500 = 844 \text{ cm}^2$$

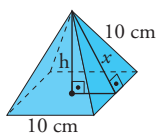
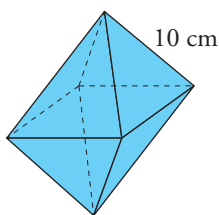
b) $S_{\text{TOTAL}} = S_{\text{PENTÁGONO}} \cdot 12 = 172 \cdot 12 = 2064 \text{ cm}^2$

Volúmenes

10 ▽▽▽ Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:

- a) Octaedro regular de arista 10 cm.
b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 15 cm y la arista de la base 8 cm.
c) Cono de radio 9 cm y generatriz 15 cm.
d) Semiesfera de radio 10 cm.
e) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 6 cm y altura 18 cm.

a) Podemos descomponerlo en dos pirámides cuadrangulares de arista 10 cm.



$$x^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \rightarrow x = \sqrt{75} \text{ cm}$$

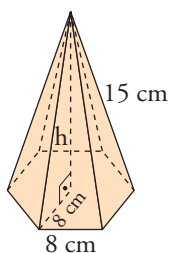
$$h^2 = x^2 - 5^2 = 75 - 25 = 50 \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \sqrt{50} \approx 7,07 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen de la pirámide: } V = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot \text{altura} = \frac{1}{3}10^2 \cdot 7,07 \approx 235,67 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volumen del octaedro} = 2 \cdot 235,67 \approx 471,34 \text{ cm}^3$$

b)



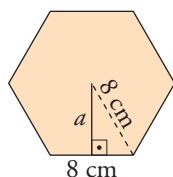
• Calculamos la altura de la pirámide:

$$h^2 = 15^2 - 8^2 = 161 \rightarrow h = \sqrt{161} \approx 12,69 \text{ cm}$$

• Hallamos el área de la base:

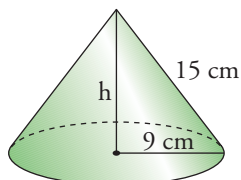
$$a^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} \approx 6,93 \text{ cm}$$

$$\bullet \text{Área} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} = 166,32 \text{ cm}^2$$



$$\bullet \text{ Volumen} = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 166,32 \cdot 12,69 \approx 703,53 \text{ cm}^3$$

c)



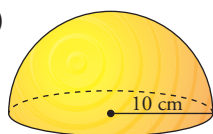
• Hallamos la altura:

$$h^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$\bullet \text{ Área de la base} = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

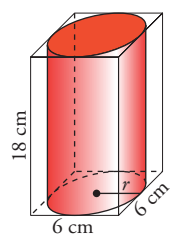
$$\bullet \text{ Volumen} = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 12 = 36\pi \approx 113,1 \text{ cm}^3$$

d)



$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 10^3 = \frac{4000\pi}{6} \approx 2094,4 \text{ cm}^3$$

e)



Radio del cilindro = 3 cm

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 18 = 162\pi \approx 508,94 \text{ cm}^3$$