

1. Calcular

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1$$

$$q(x) = x^4 - 3 \cdot x^2 + 2x + 2 \rightarrow x \mapsto x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2$$

$$r(x) = -x^2 + 2x - 3 \rightarrow x \mapsto -x^2 + 2 \cdot x - 3$$

$$n(x) = \left(\frac{1}{3}\right)x^2 - \left(\frac{3}{4}\right)x + \left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow x \mapsto \frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x + \frac{1}{2}$$

$$m(x) = 2x^3 - \left(\frac{1}{2}\right)x + \left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow x \mapsto 2 \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x + \frac{2}{3}$$

a) $p(x) + q(x)$

$$(x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1) + (x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2) \rightarrow x^4 + x^3 - 6 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1$$

b) $q(x) - p(x)$

$$(x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2) - (x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1) \rightarrow x^4 - x^3 + 3 \quad \boxed{=}$$

c) $q(x) - [p(x) - r(x)]$

Hacemos primero la resta de $p(x) - r(x)$

$$(x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1) - (-x^2 + 2 \cdot x - 3) \rightarrow x^3 - 2 \cdot x^2 + 2$$

A continuación hacemos la resta de $q(x) -$ el polinomio del paso anterior

$$x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2 - (x^3 - 2 \cdot x^2 + 2) \rightarrow x^4 + x^3 - 5 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 4$$

d) $r(x) - m(x)$

$$(-x^2 + 2 \cdot x - 3) - \left(2 \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x + \frac{2}{3}\right) \rightarrow -2 \cdot x^3 - x^2 + \frac{5}{2} \cdot x - \frac{11}{3}$$

e) $r(x) + n(x)$

$$(-x^2 + 2 \cdot x - 3) + \left(\frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow -\frac{2}{3} \cdot x^2 + \frac{5}{4} \cdot x - \frac{5}{2}$$

f) $q(x) \cdot r(x)$

$$(x^4 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 2) \cdot (-x^2 + 2 \cdot x - 3) \rightarrow -x^6 + 2 \cdot x^5 - 8 \cdot x^3 + 11 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 6$$

g) $r(x) \cdot n(x)$

$$(-x^2 + 2 \cdot x - 3) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow -\frac{1}{3} \cdot x^4 + \frac{17}{12} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + \frac{13}{4} \cdot x - \frac{3}{2}$$

h) $[p(x) + n(x)] - [m(x) + r(x)]$

hacemos primero $p(x) + n(x)$

$$[(x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1) + \left(\frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{3}{4} \cdot x + \frac{1}{2}\right)] \rightarrow \left[x^3 - \frac{8}{3} \cdot x^2 + \frac{5}{4} \cdot x - \frac{1}{2}\right]$$

A continuación $m(x) + r(x)$

$$\left[\left(2 \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x + \frac{2}{3}\right) + (-x^2 + 2 \cdot x - 3)\right] \rightarrow \left[2 \cdot x^3 - x^2 + \frac{3}{2} \cdot x - \frac{7}{3}\right]$$

Y por último restamos ambos polinomios

$$\left(x^3 - \frac{8}{3} \cdot x^2 + \frac{5}{4} \cdot x - \frac{1}{2}\right) - \left(2 \cdot x^3 - x^2 + \frac{3}{2} \cdot x - \frac{7}{3}\right) \rightarrow -x^3 - \frac{5}{3} \cdot x^2 - \frac{1}{4} \cdot x + \frac{11}{6}$$

2º Opera y reduce las siguientes expresiones algebraicas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } -2x + x - 3x + 5x = \times & \text{k) } 3x^2 \cdot (-3x) \cdot x = -9x^4 \\
 \text{b) } 3x - 2x + 4x - 5x = 0 & \text{l) } \frac{-3}{2}b \cdot \frac{4}{3}a^2b \cdot (-ab) = 2a^3b^3 \\
 \text{c) } (x - 4x) - (5x + 2x) = -10x & \text{m) } (20x^3y^4z^2) : (5x^2yz) = 4xy^3z \\
 \text{d) } a^2 - 3a^2 + 4 - 5a^2 - 6 = -4a^2 - 2 & \text{n) } (-8a^2b) : (-2a) = 4ab \\
 \text{e) } ab - ab^2 + a^2b - 1 - a^2b = ab - ab^2 - 1 & \text{ñ) } \frac{2}{3}a^2 : \frac{2}{5}a = \frac{5}{3}a \\
 \text{f) } -(a^2 - b^2) + (4a^2 - b^2) = 3a^2 & \text{o) } (x^2y^2) : (xy^2z) = \frac{x}{z} \\
 \text{g) } \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = \frac{11}{15}x & \text{p) } 12a^3b^2 : (-3a^2b^4) = -\frac{4a}{b^2} \\
 \text{h) } \frac{1}{5}x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} + x - \frac{1}{4} = \frac{13}{15}x + \frac{1}{4} & \text{q) } \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = \frac{1}{9}a^2b^4 \\
 \text{i) } x^2 - 2xy - xy + 4x^2y = x^2 - 3xy + 4x^2y & \text{r) } (2xy)^3 = 8x^3y^3 \\
 \text{j) } x - \left(\frac{1}{2} + x\right) - \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) = x - \frac{1}{2} - x - \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = -\frac{x}{3} - \frac{3}{4} & \text{s) } \frac{ab}{2} - \frac{ab}{4} - \frac{ab}{8} = \frac{4ab - 2ab - ab}{8} = \frac{ab}{8}
 \end{array}$$

3º Aplicando los productos notables desarrolla las siguientes expresiones algebraicas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 & \text{h) } (2ab^2 - a^2)^2 = 4a^2b^4 - 4a^3b^2 + a^4 \\
 \text{b) } (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9 & \text{i) } (5x + 3y)(5x - 3y) = 25x^2 - 9y^2 \\
 \text{c) } (2 - x)(2 + x) = 4 - x^2 & \text{j) } \left(\frac{1}{5}x^2 - xy\right)\left(\frac{1}{5}x^2 + xy\right) = \frac{1}{25}x^4 - x^2y^2 \\
 \text{d) } (5x + 3)^2 = 25x^2 + 30x + 9 & \text{k) } \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 = a^2 + ab + \frac{b^2}{4} \\
 \text{e) } (2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2 & \text{l) } \left(\frac{3}{4}ab^2 - ab\right)^2 = \frac{9}{16}a^2b^4 - \frac{3}{2}a^2b^3 + a^2b^2 \\
 \text{f) } \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2} & \text{m) } \left(\frac{n}{m} + \frac{m}{n}\right)^2 = \frac{n^2}{m^2} + 2 + \frac{m^2}{n^2} \\
 \text{g) } \left(\frac{2}{b} + 1\right)\left(1 - \frac{2}{b}\right) = 1 - \frac{4}{b^2}
 \end{array}$$

4º Hallar los valores numéricos de los siguientes polinomios, para los diferentes valores de las indeterminadas que, en cada caso, se indican. En algunos casos será más cómodo reducir previamente el polinomio.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } x^2 - 2x + 3 = 6 & \text{para } x = -1 \\
 \text{b) } a^2b - ab + 3a - 5 = -23 & \text{para } a = -2 \text{ y } b = -2 \\
 \text{c) } x^3 - (x^2 - 1) + 2(x^2 + 1) - x^2 - 3 = -8 & \text{para } x = -2 \\
 \text{d) } -(-2x - 3) - x + 4(x - 1) - 5x = -1 & \text{para } x = 1/5 \\
 \text{e) } x^3 - 3x + 2 = 0 & \text{para } x = 1
 \end{array}$$

5º Reduce las siguientes expresiones algebraicas. Fíjate si en algún caso tienes que aplicar los productos notables. ¡Ten cuidado con los signos delante de los paréntesis!

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (x - 1)^2 + 2x - x^2 = 1 & \text{f) } a^2 - (a - b)(a + b) - b^2 = a^2 - a^2 + b^2 - b^2 = 0 \\
 \text{b) } (x - 2)(x + 2) + 4 - 2(x^2 - 1) = -x^2 + 2 & \text{g) } 4(a - b) + (5b - 2a) = 4a - 4b + 5b - 2a = 2a + b \\
 \text{c) } -(x + 5) - 3(x + 2) = -x - 5 - 3x - 6 = -4x - 11 & \text{h) } -x^2(x - 2)(x + 2) - 4x^2 = -x^2(x^2 - 4) - 4x^2 = -x^4 + 4x^2 - 4x^2 \\
 \text{d) } (x + 1)x - (x + 1)^2 = -x^2 + x - 1 & \text{i) } 2 - \frac{2}{3}(3x^2 + 6)^2 = 2 - \frac{2}{3}(9x^4 + 36x^2 + 36) \\
 & \text{j) } x^2 - 4x + 4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 2
 \end{array}$$

$$e) \frac{2y}{3} - y^2 - \frac{y^2}{2} + 3 - \frac{y}{6} + 1 = \frac{-3y^2}{2} + \frac{y}{2} + 4 \quad j) \frac{xy}{3} + \frac{xy}{6} - \frac{xy}{9} + xy = \frac{6xy}{18} + \frac{3xy}{18} - \frac{2xy}{18} + \frac{18xy}{18} = \frac{25xy}{18}$$

6° Sacar factor común.

$$\begin{array}{ll} a) 5x - 5y = 5(x-y) & g) \frac{2}{3}a^2b - \frac{2}{5}ab = 2ab\left(\frac{a}{3} - \frac{1}{5}\right) \\ b) x^2 - 2x = x(x-2) & h) 28x^2 + 21x^3 - 35x^4 = 7x^2(4 + 3x - 5x^2) \\ c) -8xy - 16x^2y - 32x^3y = -8xy(1 + 2x + 4x^2) & i) x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) \\ d) 4m^2n + 8m^3n^2 = 4m^2n(1 + 2mn) & j) a^2b + a^2 = a^2(b+1) \\ e) 4x^2 - 12x + 8 = 4(x^2 - 3x + 2) & k) \frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}x^2y^2 + \frac{1}{8}x^3y^3 = \frac{1}{2}xy\left(1 + \frac{xy}{2} + \frac{x^2y^2}{4}\right) \\ f) ab - bd + cb = b(a-d+c) & l) -33az^2 + 44a^2z - 66az^3 = 11z(3z + 4a - 6z^2) \end{array}$$

7° Sacando factor común y/o utilizando los productos notables, simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{9x^2 - 6x + 1}{9x^2 - 1} = \frac{(3x-1)}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{1}{3x+1} & f) \frac{4n^2x}{8n^3x - 4n^2x^2} = \frac{4n^2x}{4n^2x(2n-x)} = \frac{1}{2n-x} \\ b) \frac{x^2y - x^2}{y^2 - 1} = \frac{x^2(y-1)}{(y-1)(y+1)} = \frac{x^2}{y+1} & g) \frac{a^4 - a^2}{a^2 - 2a + 1} = \frac{a^2(a^2 - 1)}{(a-1)^2} = \frac{a^2(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{a^2(a+1)}{a-1} \\ c) \frac{2n^2 - 2n^3}{1-n} = \frac{2n^2(1-n)}{(1-n)} = 2n^2 & h) \frac{by}{by^3 + 2by^2 + by} = \frac{by}{by(y^2 + 2y + 1)} = \frac{by}{by(y+1)^2} = \frac{1}{(y+1)^2} \\ d) \frac{y^3 - 2y^2 + y}{y^3 - y} = \frac{y(y^2 - 2y + 1)}{y(y^2 - 1)} = \frac{y(y-1)(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = \frac{y-1}{y+1} & i) \frac{a^2 - 9}{a+3} = \frac{(a+3)(a-3)}{a+3} = a-3 \\ e) \frac{x^4 + x^3}{2x^2 + 4x + 2} = \frac{x^3(x+1)}{2(x^2 + 2x + 1)} = \frac{x^3(x+1)}{2(x+1)^2} & j) \frac{2y^2x^2 + 4y^2}{yx^2 + 2y} = \frac{2y^2(x^2 + 2)}{y(x^2 + 2)} = 2y \end{array}$$

8° Completar la siguiente tabla.

| | | | | | |
|-----|----|-----|---|-----|-------|
| -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | n |
| -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | n-1 |
| 0 | -1 | 0 | 3 | 8 | n^2-1 |
| 1 | 0 | 1 | 4 | 9 | n^2 |
| 1/2 | 0 | 1/2 | 2 | 9/2 | n^2/2 |
| 0 | -1 | 0 | 3 | 8 | n^2-1 |