

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA DE LA MATERIA

1) Un fotón tiene una frecuencia de $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

a) Calcula su longitud de onda en nanómetros y en angstroms.

b) Halla su energía en julios y en electronvoltios.

c) ¿A qué zona del espectro electromagnético pertenece?

Datos: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

SOLUCIÓN

a) Se calcula λ teniendo en cuenta la velocidad de la luz en el vacío y la relación entre las magnitudes que caracterizan una onda electromagnética en el vacío: $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$.

Despejando λ y sustituyendo los datos $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

Un nanómetro equivale a 10^{-9} m por lo que $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 600 \text{ nm}$.

Un angstrom equivale a 10^{-10} m por lo que $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \frac{10^{10} \text{ Å}}{1 \text{ m}} = 6000 \text{ Å}$.

b. La energía de una radiación electromagnética viene dada por la ecuación de Planck, medida en Julios: $E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,315 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Para pasar de julios a electronvoltios, se divide por la carga del electrón en culombios:

$$E(eV) = \frac{E}{q_e} = \frac{3,315 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C/e}} = 2,07 \text{ eV}$$

c. Se identifica la zona del espectro electromagnético que corresponde a esta radiación. La frecuencia de $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ se encuentra en la zona del visible, sería, en concreto, un fotón de luz amarilla.

2) Calcula el valor de la longitud de onda y la energía correspondiente a la primera raya de la serie de Lyman del átomo de hidrógeno. ¿Cuánto valdrá su energía de ionización?

SOLUCIÓN

Se identifica la transición electrónica correspondiente:

La primera raya de la serie de Lyman corresponde a los electrones de la transición de la capa 2 a la 1.

Se calcula la longitud de onda de la radiación.

La ecuación general de los espectro – ecuación de Rydberg – permite calcular la energía

correspondiente a una transición electrónica: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$. En este caso $n_2=2$ y

$n_1=1$. Sustituyendo:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = 1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 8,23 \cdot 10^6 m^{-1} \Rightarrow \lambda = 1,215 \cdot 10^{-7} m$$

La longitud de onda es $1,215 \cdot 10^{-7} m$.

Se calcula la energía de la primera raya de Lyman.

De acuerdo con la ley de Planck, la energía correspondiente a una radiación es $E = h\nu$.

Calculamos la frecuencia teniendo en cuenta la relación que existe entre la distintas

magnitudes que caracterizan una radiación electromagnética: $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$.

En esta expresión, c es la velocidad de la luz, cuyo valor en el vacío es, aproximadamente

$3 \cdot 10^8 m/s$. Operando:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,215 \cdot 10^{-7}} = 2,47 \cdot 10^{15} Hz \Rightarrow E = h\nu = 1,64 \cdot 10^{-18} J$$

La energía de la primer raya de Lyman es $1,64 \cdot 10^{-18} J$.

Se calcula la energía de ionización.

La energía de ionización es la que corresponde a la transición $n \rightarrow \infty$ (perder un electrón que está en la capa n). En el caso del átomo de hidrógeno, es la transición $1 \rightarrow \infty$, ya que su único electrón está en el nivel $n=1$.

Como anteriormente, se calcula primero la longitud de onda de la transición del espectro de emisión del hidrógeno, luego su frecuencia, y finalmente, su energía:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = 1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1} \Rightarrow \lambda = 9,12 \cdot 10^{-8} m$$

A continuación, por la ecuación de Planck:

$$E = h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{9,12 \cdot 10^{-8}} = 2,18 \cdot 10^{-18} J / \text{átomo}$$

Referido a 1 mol, será

$$EI = E N_a = 2,18 \cdot 10^{-18} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,31 \cdot 10^6 J/mol$$

La energía de ionización será $1,31 \cdot 10^6 J/mol$.

Este valor coincide con la energía de la primera órbita de Bohr.

3) Calcula la longitud de onda asociada a las siguientes partículas y determina a qué zona del espectro electromagnético pertenece:

- a) Un electrón que tiene una energía de 41,11 eV.
- b) Una molécula de nitrógeno que se desplaza por el aire a 120 km/h.
- c) Una bala de 25 g que se dispara a 800 m/s.

Datos: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$; $uma = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

SOLUCIÓN

En todos los casos debemos aplicar el principio de dualidad onda-corpúsculo $\lambda = \frac{h}{mv}$.

a) A partir de la energía del electrón se calcula la velocidad a la que se mueve:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Tener en cuenta el cambiar las unidades de la energía de electronvoltio a Julios:

$$E_c = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C/e} \cdot 41,11 \text{ eV} = 6,577 \cdot 10^{-18} \text{ J} \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \frac{E_c}{m_e}} = \sqrt{2 \frac{6,577 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3,8 \cdot 10^6} = 1,915 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

La longitud de onda del electrón es $1,915 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ y esta longitud se encuentra en la zona de los rayos X.

b) Para la molécula de nitrógeno, es preciso calcular primero la masa de una molécula y su velocidad en unidades del sistema internacional:

$$m_{N_2} = 28 \text{ uma}; 1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{uma}} = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \quad 120 \text{ Km/h} = \frac{120 \text{ Km}}{\text{h}} \cdot \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 33,33 \text{ m/s}$$

Según el principio de dualidad:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4,65 \cdot 10^{-26} \cdot 33,33} = 4,28 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

La longitud de onda de la molécula de nitrógeno es $4,28 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ y esta longitud se encuentra en la zona de los rayos X.

c) Para la bala, se aplica el principio de dualidad onda-corpúsculo directamente:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 800} = 3,315 \cdot 10^{-35} \text{ m}$$

La longitud de onda de la bala es $3,315 \cdot 10^{-35} \text{ m}$ y esta longitud corresponde a una radiación de muy alta energía.

4) El trabajo de extracción de electrones para el litio es de $3,7 \cdot 10^{-19} J$. Calcula la velocidad máxima de salida de los electrones extraídos cuando incide sobre una superficie de este metal una radiación electromagnética cuya frecuencia es igual a $7 \cdot 10^{14} Hz$. ¿Cuál es la frecuencia mínima que debe tener una radiación para producir efecto fotoeléctrico en una superficie de litio?

SOLUCIÓN

Se calcula la E_c y la velocidad máxima de salida de los electrones extraídos (fotoelectrones). Según la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E = h\nu = h\nu_0 + E_{c\max} \Rightarrow E_{c\max} = h\nu - h\nu_0$$

En esta ecuación, $W_{extracción} = h\nu_0$, donde ν_0 es la frecuencia umbral del metal.

Sustituyendo los valores correspondientes:

$$E_{c\max} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} - 3,7 \cdot 10^{-19} = 9,41 \cdot 10^{-20} J$$

Con la energía cinética permite se halla la velocidad de los fotoelectrones:

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \frac{E_{c\max}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,41 \cdot 10^{-20}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 4,55 \cdot 10^5 m/s$$

La velocidad máxima de salida de los electrones extraídos es de $4,55 \cdot 10^5 m/s$.

Se calcula la frecuencia mínima para producir el efecto fotoeléctrico. La frecuencia mínima es la frecuencia umbral, que se determina mediante el trabajo de extracción

$$W_{extracción} = h\nu_0 :$$

$$\nu_0 = \frac{W_{extracción}}{h} = \frac{3,7 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,58 \cdot 10^{14} Hz$$

La frecuencia mínima de una radiación para producir efecto fotoeléctrico es de $5,58 \cdot 10^{14} Hz$.

5) Indica el significado de las siguientes agrupaciones de números cuánticos (n,l,m,s): (3,2);(2,0,-1);(5,2,1,-1/2); (2). ¿Cuántos electrones puede haber en cada una de ellas?

SOLUCIÓN

(3,2) se refiere a los orbitales d(l=2) de la tercera capa o nivel (n=3), simbolizados por orbitales 3d. Hay 5 orbitales d en una capa o nivel y cada orbital puede contener dos electrones (s=+1/2 y s=-1/2). En consecuencia, habrá como máximo 10 electrones con esa combinación.

(2,0,-1) es una agrupación imposible, ya que si l=0, es único valor posible de m es cero.

(5,2,1,-1/2) se refiere a uno de los electrones (se especifica su número cuántico de espín, s=-1/2) que se encuentran en uno de los orbitales d (l=2 y m=1) de la quinta capa. Se

puede simbolizar mediante $5d_{xy}^1$, pero no podemos precisar de qué orbital d se trata.

(2), al dar solo el número cuántico principal, se refiere a una capa o nivel, concretamente a la segunda ($n=2$). Cumplen con esta especificación de números cuánticos los electrones alojados en el orbital 2s o en cualquiera de los tres orbitales 2p. En total, son 4 orbitales que pueden albergar 8 electrones.